المتطابقات الهامـــة - حلول

تمرين 1

انتبه ← تعليق ←

لننشر و نبسط :

$A = 2(x+5)$ $A = 2x + 10$	$B = (5-x)(7+x)$ $B = 35 + 5x - 7x - x^2$ $B = 35 - 2x - x^2$ انتبه : لا يمكن تبسيط 35 و $2x$ و x^2 فيما بينها لأننا بصدد الجمع و الطرح و ليس الضرب لايجوز كتابة $x7$ بل $7x$	$C = \frac{2}{3}(5+7x) - \frac{1}{2}(-x+1)$ $C = \frac{10}{3} + \frac{14x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ $C = \frac{20 + 28x + 3x - 3}{6}$ $C = \frac{28x + 3x + 20 - 3}{6}$ $C = \frac{31x + 17}{6}$ انتبه : أثناء النشر يجب مراعاة الإشارات باستعمال إشارة جذاء.	$D = (x+3)(x^2 - 3x + 5)$ $D = x^3 - 3x^2 + 5x + 3x^2 - 9x + 15$ $D = x^3 + 5x - 9x + 15$ $D = x^3 - 4x + 15$ تعليق : أثناء النشر نستعمل قاعدة القوى $x^n \times x^m = x^{n+m}$ في السطر الثالث اختزلنا الأعداد المتقابلة.

تمرين 2

انتبه ← تعليق ←

لننشر و نبسط :

$A = (x+3)^2$ $A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $A = x^2 + 6x + 9$	$B = (3x-1)^2$ $B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$ $B = 9x^2 - 6x + 1$ انتبه : لا تنس وضع الأقواس للعدد $3x$ لحذف الأقواس نستعمل قاعدة القوى $(ab)^n = a^n \; b^n$	$C = 5(1-x)^2$ $C = 5(1 - 2x + x^2)$ $C = 5 - 10x + 5x^2$ تعليق : ننشر أولا المتطابقة ثم ننشر النتيجة بالعدد5	$D = (3x+7)(3x-7) + 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ $D = (3x)^2 - 7^2 + 4\left(x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times x + \frac{1}{4}\right)$ $D = 9x^2 - 49 + 4\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right)$ $D = 9x^2 - 49 + 4x^2 - 4x + 1$ $D = 13x^2 - 4x - 48$ تعليق : جذاء عدد و مقلوبه يساوي 1 أي $2 \times \frac{1}{2} = 1$ و $4 \times \frac{1}{4} = 1$

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

لنعمــل :

$A = ab + 5b$ $A = b(a+5)$	$B = 12x + 18$ $B = 6(2x+3)$ تعليق : يمكن اختيار 2 أيضا كعامل مشترك	$C = 5x - x^2$ $C = x(5-x)$	$D = x + 5x^2 + 11x^3$ $D = x(1 + 5x + 11x^2)$ تعليق : معامل x بعد التعميل هو 1
$E = 5(x+1) + (x+1)^2$ $E = (x+1)[5 + (x+1)]$ $E = (x+1)(5 + x + 1)$ $E = (x+1)(x+6)$	$F = (x-3)(x+7) - (5-x)(x-3)$ $F = (x-3)[(x+7) - (5-x)]$ $F = (x-3)(x + 7 - 5 + x)$ $F = (x-3)(2x+2)$ انتبه: لا تنس قاعدة حذف الأقواس المسبوقة برمز ناقص "-"	$G = x^2 - 49 + x(x-7)$ $G = (x-7)(x+7) + x(x-7)$ $G = (x-7)(x+7+x)$ $G = (x-7)(2x+7)$	$H = x^2 + 4x + 4$ $H = (x+2)^2$ تعليق : نعمل مباشرة باستعمال المتطابقة الأولى

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

لنعمــل :

$$I = x^2 - \frac{9}{121}$$
$$I = \left(x - \frac{3}{11}\right)\left(x + \frac{3}{11}\right)$$

$$J = (2x-3)^2 - (x+1)^2$$
$$J = [(2x-3)+(x+1)][(2x-3)-(x+1)]$$
$$J = (2x-3+x+1)(2x-3-x-1)$$
$$J = (3x-2)(x-4)$$

$$K = \frac{x^2}{8} - 8$$
$$K = \frac{x^2-64}{8}$$
$$L = \frac{(x-8)(x+8)}{8}$$

$$L = -7x^2 + 14x - 7$$
$$L = -7(x^2 - 2x + 1)$$
$$L = -7\ (x-1)^2$$

$$M = x^{12} - 1 + 5(x^6-1) = (x^6)^2 - 1 + 5(x^6-1) = (x^6-1)(x^6+1) + 5(x^6-1) = (x^6-1)(x^6+1+5) = (x^6-1)\ (x^6+6)$$

تمرين 4

انتبه ← تعليق ←

لنحل المعادلات :

$$2x + 5 = -3x + 8$$
$$2x + 3x = -5 + 8$$
$$5x = 3$$
$$x = \frac{3}{5}$$

إذن حل المعادلة هو $\frac{3}{5}$

$$\frac{x+1}{5} = \frac{-x+2}{3}$$
$$3(x+1) = 5(-x+2)$$
$$3x + 1 = -5x + 10$$
$$3x + 5x = 10 - 1$$
$$8x = 9$$
$$x = \frac{9}{8}$$

إذن حل المعادلة هو $\frac{9}{8}$

:

للتخلص من المقامات استعملنا قاعدة التناسب

"جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين"

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1+7x}{6}$$
$$\frac{2x}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1+7x}{6}$$
$$2x - 3 = 1 + 7x$$
$$2x - 7x = 1 + 3$$
$$-5x = 4$$
$$x = \frac{4}{-5}$$
$$x = \frac{-4}{5}$$

إذن حل المعادلة هو $\frac{-4}{5}$

:

للتخلص من المقامات وحدنا المقامات

$$5\left(x + \frac{1}{3}\right) + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$$
$$5x + \frac{5}{3} + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$$
$$\frac{15x}{3} + \frac{5}{3} + \frac{9}{3} = \frac{12}{3} - \frac{2x}{3}$$
$$15x + 5 + 9 = 12 - 2x$$
$$15x + 2x = 12 - 9 - 5$$
$$17x = -2$$
$$x = \frac{-2}{17}$$

إذن حل المعادلة هو $\frac{-2}{17}$

$$x^2 - 100 = 0$$
$$(x-10)(x+10) = 0$$
$x - 10 = 0$ أو $x - 10 = 0$

$x = 10$ أو $x = 10$

إذن حلا المعادلة هما 10 **و** -10

$$(x+1)^2 - 60 = 4$$
$$(x+1)^2 - 60 - 4 = 0$$
$$(x+1)^2 - 64 = 0$$
$$(x+1-8)(x+1+8) = 0$$
$$(x-7)(x+9) = 0$$
$x - 7 = 0$ أو $x + 9 = 0$

$x = 7$ أو $x = -9$

إذن حلا المعادلة هما -9 **و** 7

$$x^2 = 2x - 1$$
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$(x-1)^2 = 0$$
$$x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

إذن حل المعادلة هو 1

$$(x-3)^2 = 2x - 6$$
$$(x-3)^2 = 2(x-3)$$
$$(x-3)^2 - 2(x-3) = 0$$
$$(x-3)(x-3-2) = 0$$
$$(x-3)(x-5) = 0$$
$x - 3 = 0$ أو $x - 5 = 0$

$x = 3$ أو $x = 5$

إذن حلا المعادلة هما 5 **و** 3

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$
$$x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$$
$$(x-2)^2 - 9 = 0$$
$$(x-2-3)(x-2+3) = 0$$
$$(x-5)(x+1) = 0$$
$x - 5 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$x = 5$ أو $x = -1$

إذن حلا المعادلة هما -1 **و** 5

تمرين 5

انتبه ← تعليق ←

حدد x و y علما أن : x و y متناسبان على التوالي مع 7 و 3 و $2x+7y=40$

لدينا x و y متناسبان على التوالي مع 7 و 3 منه : $\frac{x}{7}=\frac{y}{3}$ منه $\frac{x}{7}=\frac{y}{3}=\frac{2x+7y}{2\times7+7\times3}=\frac{40}{14+21}=\frac{40}{35}=\frac{8}{7}$

منه : $\frac{x}{7}=\frac{8}{7}$ و $\frac{y}{3}=\frac{8}{7}$ أي : $x=8$ و $y=\frac{24}{7}$

تمرين 6

انتبه ← تعليق ←

حدد x و y علما أن : x و y متناسبان على التوالي مع $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ و $2x=13-3y$

لدينا x و y متناسبان على التوالي مع $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ و $2x=13-3y$

منه : $\frac{x}{\frac{5}{3}}=\frac{y}{\frac{-1}{4}}$ منه $\frac{3x}{5}=\frac{4y}{-1}$ منه $-3x=20y$ منه $\frac{x}{20}=\frac{y}{-3}$ منه $\frac{x}{20}=\frac{y}{-3}=\frac{2x+3y}{2\times20+3\times(-3)}=\frac{13}{40-9}=\frac{13}{31}$

منه : $\frac{x}{20}=\frac{13}{31}$ و $\frac{y}{-3}=\frac{13}{31}$ أي : $x=\frac{260}{31}$ و $y=\frac{-39}{31}$

تمرين 7

انتبه ← تعليق ←

❶ لدينا علما أن $x+\frac{1}{x}=7$ و نعلم أن : $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+2\,x\,\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}+2$

بعد التعويض باستعمال المعطيات نجد أن : $49=x^2+\frac{1}{x^2}+2$ بالتالي $x^2+\frac{1}{x^2}=49-2=47$

❷ لدينا : $x^2+y^2=3$ منه $x^2+y^2+2xy=3xy+2xy$ منه $(x+y)^2=5xy$ (1)

و أيضا لدينا : $x^2+y^2=3$ منه $x^2+y^2-2xy=3xy-2xy$ منه $(x-y)^2=xy$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $(x+y)^2=5(x-y)^2$ منه $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}=5$ منه $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2=5$

و حيث أن $x>y>0$ فإن $\frac{x+y}{x-y}>0$ بالتالي $\frac{x+y}{x-y}=\sqrt{5}$

❸ لدينا x و y متناسبان على التوالي مع : 12 و 14 ، منه : $\frac{x}{y}=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$ منه $\frac{x}{y}=\frac{6}{7}$ منه $\frac{x}{6}=\frac{y}{7}$ (1)

لدينا y و z متناسبان على التوالي مع : 21 و 24 ، منه : $\frac{y}{z}=\frac{21}{24}=\frac{7}{8}$ منه $\frac{y}{7}=\frac{z}{8}$ منه $\frac{y}{7}=\frac{z}{8}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $\frac{x}{6}=\frac{y}{7}=\frac{z}{8}$ منه $\frac{x}{6}=\frac{y}{7}=\frac{z}{8}=\frac{x+y+z}{6+7+8}=\frac{42}{21}=2$

منه : $\frac{x}{6}=2$ و $\frac{y}{7}=2$ و $\frac{z}{8}=2$ بالتالي : $x=12$ و $y=14$ و $z=16$